

TEOREMA DE LO BELLO Y DISEÑO INDUSTRIAL

Ibar F. Anderson / ibar.federico.anderson@gmail.com
Instituto de Investigaciones en Historia, Teoría y Praxis de la Arquitectura
(HITEPAC),
Facultad de Arquitectura y Urbanismo, Universidad Nacional de La Plata,
Argentina

Resumen:

Este trabajo corresponde con la profundización de las técnicas y procedimientos provenientes de las matemáticas (estadística y probabilidad) desarrollados a partir de una reflexión teórico-conceptual de las investigaciones presentadas en las VIII Jornadas de Investigación en Disciplinas Artísticas y Proyectuales (JIDAP) de la FBA-UNLP. Donde nos hacíamos la siguiente pregunta: ¿cómo medir el gusto estético (lo bello), aplicado a un objeto, producto u artefacto de diseño industrial? La respuesta metodológica había resultado de ajustar los Marcos Teóricos de dos ciencias: estética (filosofía del arte) y diseño industrial con estadística y probabilidad. Para lo cual se combinaron las ideas filosóficas de la belleza, estética y semiología con el estudio de teoremas matemáticos, estadísticos y probabilísticos. Para la comprobación (test) de las hipótesis orientadas a la medición de la variable (x) de: LoBello. En efecto, fue posible aplicar el Teorema Central del Límite (TCL), el contraste de hipótesis (nula y alternativa), nivel de significancia, formular la regla de decisión y efectuar la prueba o test estadístico para phi (ϕ) de LoBello. Para, finalmente, poder obtener la inferencia (conclusiones).

Palabras clave: Diseño, estética, matemática, estadística, probabilidad

1. Introducción

La metodología interdisciplinaria para este estudio observacional (no-experimental) sobre una única variable cualitativa *-LoBello-* fue obtenida a partir del Marco Teórico del arte, la estética y semiología desarrollado en el JIDAP-2016, FBA-UNLP: *Integral de Lo-Bello. Introducción al cálculo de la belleza* (Parte I, de la bibliografía).

El trabajo se inicio a partir del recorrido histórico de la evolución del concepto filosófico de la Belleza en Sócrates (470-399 a.C.), Platón (427-347 a.C.), Aristóteles (384-322 a.C.) y Kant (1724-1804); de la estética en Baumgarten (1714-1762) y finalmente de la semiología en Eco (1932-2016), Baudrillard (1929-2007) y Llovet (1947-). Para obtener, con fundamento histórico, la variable cualitativa (x) de: *lo-bello* (belleza-adherente-kantiana).

Los valores registrados a partir de la medición de la subjetividad asignada numéricamente por los usuarios de los objetos/productos, se almaceno como base de datos numéricos, a los que luego se procesó a partir de la metodología estadística-probabilística (metodología cuantitativa matemática). En efecto, los usuarios/consumidores fueron capaces de expresar la medida de su subjetividad sobre la variable (x) de *lo-bello*, que se procesaron con las herramientas estadístico-probabilísticas a partir del Teorema Central del Límite (TCL), la función gaussiana y otras técnicas como Ji-cuadrado. Para más información ver bibliografía: *Chi-cuadrado de lo-bello* (parte II, ver bibliografía).

Por el momento –y para evitar mayores inconvenientes- se prefiere evitar la formulación matemática del TCL, sosteniendo que:

(...) una muestra aleatoria simple de tamaño n de cualquier población de media μ y desviación típica σ . Cuando n es grande, la distribución de la media muestral \bar{X} se aproxima a la distribución normal $N(\mu, \sigma/\sqrt{n})$ con media μ y desviación típica σ/\sqrt{n} (Moore, 1995: 304). (Alvarado y Batanero, 2008: 6)

Ampliándolo a la distribución gaussiana o Normal, presenta una relación con la distribución χ^2 Pearson, que es un caso especial de la distribución gamma (Γ). La primera contribución del matemático K. Pearson (1857-1936) que resulta interesante citar, para hacerse una idea del tipo de trabajo que guarda esta investigación transcribimos la siguiente cita tomada del prefacio de las conferencias brindadas por K. Pearson.

Una serie de conferencias sobre la Historia de la Estadística que brindó en el University College de Londres entre los años de 1921 y 1933. Las conferencias fueron recogidas por su hijo Egon Pearson, catedrático de Estadística en el University College también, y que aunque algunas personas no eran partidarias de su publicación sin ser revisadas, constituyen un valioso documento para la historia.

En especial se cita el ítem dos (2) de cuatro ítems aclaratorios que brindo Pearson:

2. Hay una curva fundamental en estadística que lleva el nombre de Gauss. Laplace la descubrió diez años antes y su descubridor real fue De Moivre medio siglo antes. (Gomez Villegas, 2009: 351-356)

En estadística, la distribución de Pearson, llamada también Ji-cuadrada(o) o Chi-cuadrado(a) (χ^2), es una distribución de probabilidad continua con un parámetro (k) que representa los grados de libertad de la variable aleatoria.

La relación entre la distribución Normal y la distribución χ^2 Pearson, como se manifestó anteriormente, se formula a continuación. De hecho, cuando (k) en la distribución de Pearson es suficientemente grande, como consecuencia del Teorema Central del Límite (TCL), puede aproximarse a una distribución Normal.

Se ha realizado una reelaboración, tal como lo expresa la siguiente ecuación [1]:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\chi_k^2(\text{LuBello})}{k} = N_{(1, \sqrt{2k})}(\text{LuBello})$$

Ecuación [1]: Adaptación y elaboración propia.

En estadística y probabilidad se llama distribución Normal, distribución de Gauss, distribución gaussiana o distribución de Laplace-Gauss, a una de las distribuciones de probabilidad de variable continua que con más frecuencia aparece en estadística y en la teoría de probabilidades. La gráfica de su función de densidad tiene una forma acampanada y es simétrica respecto de un determinado parámetro estadístico. Esta curva se conoce como campana de Gauss y es el gráfico de una función gaussiana.

$$f(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-((\text{LuBello} - \mu)^2 / 2\sigma^2)} \cdot d\text{LuBello} = 1$$

Ecuación [2]: Función de distribución $f(w)$, $\Phi(w)$ de LuBello . Adaptación de la función gaussiana. Elaboración propia.

La importancia de esta distribución radica en que permite modelar numerosos fenómenos naturales, sociales y psicológicos (como el gusto estético, propio de la subjetividad humana); aquí es donde ingresa la psicología –e incluso filosofía- del arte referida a la interpretación de la belleza y *lo-bello-adherente-kantiano*.

Mientras que los mecanismos que subyacen a gran parte de este tipo de fenómenos son desconocidos, por la enorme cantidad de variables incontrolables que en ellos intervienen, el uso del modelo normal (curva gaussiana) puede justificarse asumiendo que cada observación se obtiene como la suma de unas pocas causas independientes. Aquí radica la innovación teórica de este trabajo de investigación, devenida del campo matemático y estadístico, para vincularlo a los Marcos Teóricos propios de la filosofía, la estética y la teoría del arte.

Karl Pearson fue un prominente científico, matemático y pensador británico, que estableció la disciplina de la estadística matemática. Desarrolló una intensa investigación sobre la aplicación de los métodos estadísticos en la biología y fue el fundador de la

bioestadística. Karl Pearson en co-autoría con Alice Lee, publican en la revista *Biometrika*, Volumen 2; un gráfico de la curva gaussiana que apareció en el artículo: "Sobre las Leyes de la Herencia en el Hombre: I. Herencia de los Caracteres Físicos". Según la siguiente gráfica de la función gaussiana, muestra en el eje de abscisas a la variable cuantitativa (x) de *LoBello* (belleza-adherente-kantiana). Por otro lado, la cantidad de casos (n) de la muestra quedó definida en el eje de ordenada. La integral definida como área (enfoque geométrico) igualada a un (1) entero.

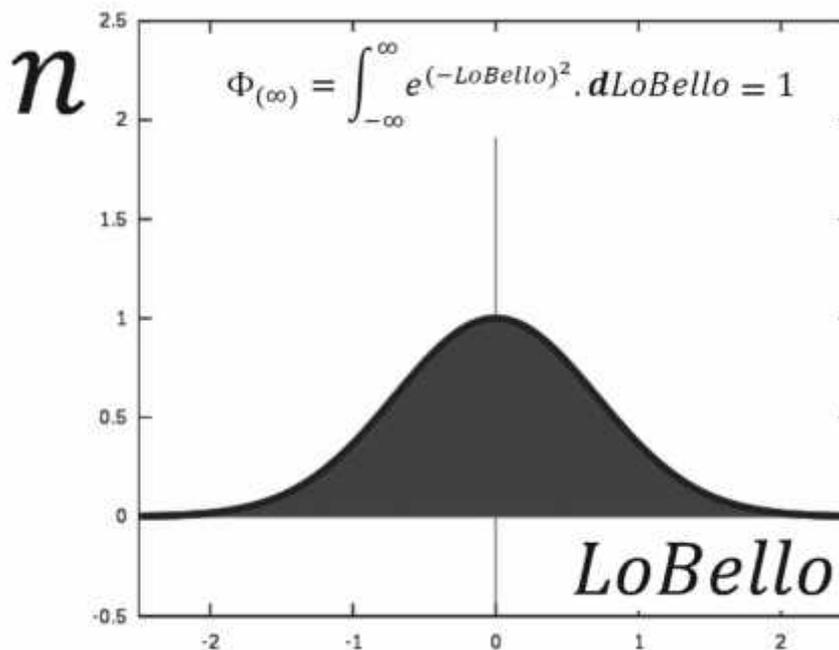


Imagen 1: Representación gráfica de la integral matemática Φ () de *LoBello*. Ecuación [3]. Transformación de la *belleza-adherente-kantiana* (*LoBello*), denominada como la integral Kant-Eco-DeMoivre-Laplace (Kant, 1790:75), (Eco, 1987: 27), (DeMoivre-Laplace, 1812: s/p). La gráfica y la fórmula de la ecuación corresponden a una adaptación y elaboración propia.

Como la integral lo expresa el área entre la curva Normal y el eje *LoBello* (equivalente al eje de abscisas matemático o eje de números reales) es la unidad: uno (1).

Cuya función de distribución $f(x)$ de *LoBello*, es una *distribución Normal estándar* $N(0;1)$ donde cero (0) significa la media (μ) y el número entero uno (1) del valor es la desviación estándar de *LoBello*. $N(\mu;\sigma)$. Por lo cual, haciendo los arreglos convenientes, la ecuación [3] adopta la siguiente forma de ecuación de función de densidad tipificada para una distribución Normal tipificada (o reducida) de *LoBello*.

$$f[\text{LoBello}] = 0,22 e^{(-\text{LoBello})^2/2}$$

Ecuación [4]: Función de densidad tipificada $f(\text{LoBello})$, para una distribución Normal tipificada (o reducida) de *LoBello*. Elaboración propia.

Expresándose la forma límite de la distribución de probabilidad del siguiente modo, en la ecuación [5]. El desarrollo de la misma también es una adaptación propia:

$$\lim_{\text{casos} \rightarrow \infty} P \left(a \leq \frac{\text{LoBello} - \bar{X}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n_{\text{casos}}}}} \leq b \right) = 0,22 \int_a^b e^{(-\text{LoBello})^2/2} \cdot d\text{LoBello}$$

Ecuación [5]: Elaboración propia.

2. Hipótesis

Los postulados matemáticos de A. de Moivre (1667-1754) y Laplace (1749-1827) sobre los datos en forma de campana (DeMoivre-Laplace, 1812) y el Teorema Central del Límite (TCL) pueden ser aplicados a la medición de la *belleza-adherente-kantiana* (de aquí en más: *LoBello*). Donde los datos, provenientes de la variable de *LoBello*, evidenciarían que la media muestral tiene una distribución aproximadamente Normal tal cual C. F. Gauss (1777-1855) lo describió. Siempre que la cantidad de casos (n) sea grande ($n > 30$).

Siendo la distribución Normal: $N(\mu; \sigma)$, donde N (media; desviación estándar o desviación típica). Por tanto, la mediana y moda coinciden en el punto de la media (μ).

3. Metodología

La metodología interdisciplinaria para este estudio observacional (no-experimental) sobre una única variable cualitativa (obtenida a partir del Marco Teórico del arte, la estética y semiología), fue sometida a un análisis matemático; a partir de las herramientas estadístico-probabilísticas.

El problema fue obtener una medida matemática (numérica) para la variable cualitativa de *LoBello*, a partir del grupo de personas estudiadas (muestra). Es decir, una medida matemática capaz de expresar cuantitativamente (una calificación numérica, entre un mínimo de uno y un máximo de diez) la subjetividad que las unidades de análisis (lo sujetos, individuos consumidores/usuarios de un objeto de diseño) atribuyen a los objetos/productos de diseño industrial. Ese grupo de medidas conforman los datos.

Los datos son los valores (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10) observados (medidos) asignados subjetivamente por los sujetos (muestra representativa) de unidades de análisis a la variable de *LoBello*.

Los valores cuantitativos, capaces de expresar la medida de la subjetividad de la variable de *LoBello* se procesaron matemáticamente con las herramientas estadístico-probabilísticas, como el software computacional.

Existen diversos programas estadísticos con particularidades especiales, como: Infostat, RStudio, Minitab, Matlab, etcétera. A los efectos prácticos aquí se trabajará con el Infostat.

4. Resultados

4.1. Desarrollo del caso de estudio n° 1

Explicaremos la fórmula con un ejemplo. Supongamos que la mundialmente reconocida silla #14 de Michael Thonet fue sometida a un testeo sobre una muestra de 2150 individuos (sujetos argentinos de una muestra representativa de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, República Argentina, radio urbano) a quienes se les pidió que la calificaran del 1 al 10 (puntuación mínima uno:1, puntuación máxima diez: 10) dicha silla (siendo uno su menor gusto estético y diez su mayor gusto estético). Los datos fueron anotados en una tabla y dieron el siguiente resultado: una media de 6,02 y la desviación estándar o también llamada desviación típica es 5,9.

La media y la desviación típica, fueron obtenidos de la siguiente manera:

| Calificaciones | Cantidad |
|----------------|----------|
| 1 | 40 |
| 2 | 70 |
| 3 | 120 |

| | |
|--------------|-------------|
| 4 | 240 |
| 5 | 320 |
| 6 | 450 |
| 7 | 370 |
| 8 | 280 |
| 9 | 170 |
| 10 | 90 |
| Total | 2150 |

Tabla [1]: Elaboración propia.

Si clasificamos en cinco (5) intervalos la muestra de 2150 individuos. Pasamos las calificaciones (cuantitativas) a valores de variables (cualitativas) y obtenemos la siguiente tabla:

| Valores de la variable | Intervalos | x_i | f_a | $Fa \cdot x_i$ | $Fa \cdot (x_i)^2$ |
|------------------------|------------|-------|-------------|----------------|--------------------|
| Malo | 1-2 | 1,5 | 110 | 111,5 | 247,5 |
| Regular | 3-4 | 3,5 | 360 | 1260 | 4410 |
| Bueno | 5-6 | 5,5 | 770 | 4235 | 23292,5 |
| Muy Bueno | 7-8 | 7,5 | 650 | 4875 | 36562,5 |
| Excelente | 9-10 | 9,5 | 260 | 2470 | 23465 |
| Totales | ----- | ----- | 2150 | 12951,5 | 87977,5 |

$$\bar{X} = \frac{\sum f_a \cdot x_i}{\sum f_a} = \frac{12951,5}{2150} = 6,02$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_a \cdot (x_i)^2}{\sum f_a} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{87977,5}{2150} - 6,02^2} = \sqrt{34,89} = 5,9$$

Tabla [2] y fórmulas [1] y [2]: a partir de las cuales se calcularon la media muestral 6,02 ($\bar{X}=6,02$) y la desviación standar 75,9 ($\sigma=5,9$) equivalente a una varianza de 34,81 ($\sigma^2=34,81$). Elaboración propia.

Ahora, ante la pregunta: ¿qué porcentaje de casos (individuos o personas) puedo encontrar con puntuaciones del gusto entre 5 ($LoBello_1 = 5$) y 6 ($LoBello_2 = 6$)?

La solución del planteo de la probabilidad en forma de integral de *LoBello* para este problema sería el siguiente integral de DeMoivre-Laplace-Gauss (transformada de *LoBello*):

$$P(5 \leq LoBello \leq 6) = \int \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(LoBello - \bar{x})^2}{2\sigma^2}} \cdot dLoBello$$

Ecuación [6]: Probabilidad en forma de integral de *LoBello*. Elaboración propia.

A continuación calculamos la distribución Normal tipificada de *LoBello*. Lo cual es relativamente más complejo de resolver analíticamente (que por métodos computacionales), si se hace por el método de cálculos y tabla. Por lo cual, llevando estos datos a una gráfica computacional –software InfoStat–, que nos arroja la *Probabilidad del evento* $P(\text{evento})=0,0673=6,73\%$. Efectivamente, tal como se observa a continuación:

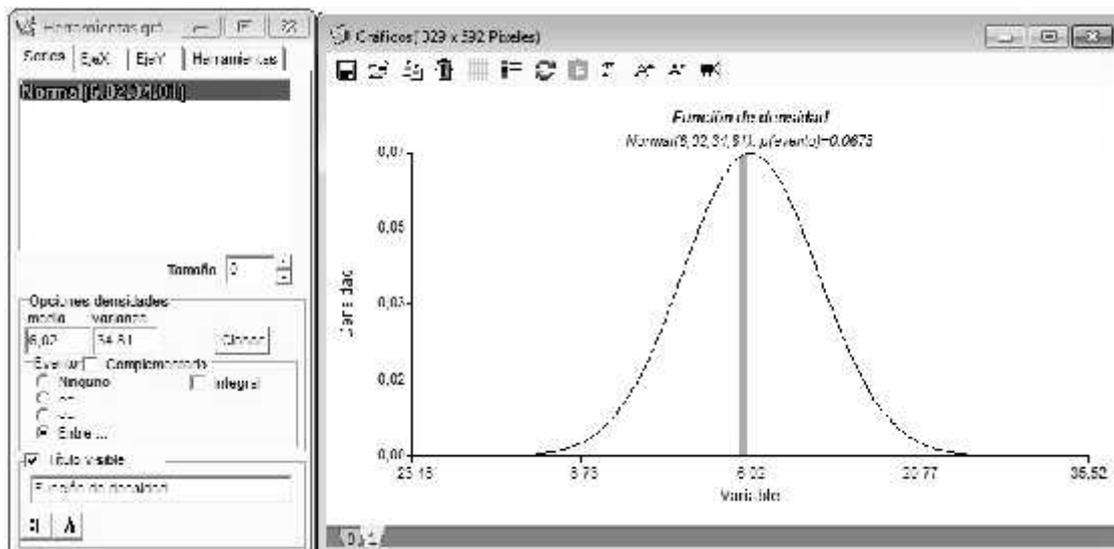


Imagen 2: Gráfica por computadora –software Infostat- de unción de densidad de la variable de *LoBello* calculada a partir de la media 6,02 ($\mu=6,02$) y una desviación standar 5,9 ($\sigma=5,9$) equivalente a una varianza=34,81.

La respuesta a la pregunta: ¿qué porcentaje de casos (individuos o personas) puedo encontrar con puntuaciones del gusto entre 5 y 6 puntuaciones o calificaciones numéricas subjetivas (*LoBello*), asignadas por los sujetos? La respuesta es: 6,73% de individuos (casos) de la muestra.

4.2. Desarrollo del caso de estudio n° 2

Supongamos ahora una muestra que se distribuye normalmente. Habiendo hecho las tablas anteriores del caso de estudio n° 2, y habiendo establecido previamente una tabla en donde los valores oscilan en una escala es de cero a cien puntos. Aplicando las fórmulas [1] y [2], nos arroja los siguientes valores de la media y desviación típica o estándar (aclarando que no se muestran la tabla y dichas fórmulas del mismo modo que si se hizo en el caso de estudio n° 1).

Si los cálculos –no realizados aquí- nos arrojaron una media de 52 ($\bar{X}=52$), la desviación estándar o también llamada desviación típica es 7,2 ($\sigma=7,2$), siendo el tamaño de la muestra igual a 250 ($n=250$). Nos preguntamos: ¿qué porcentaje de casos (individuos o personas) puedo encontrar con puntuaciones del gusto entre 50 ($LoBello_1 = 50$) y 59 ($LoBello_2 = 59$)?

La solución al planteo de la probabilidad en forma de integral de *LoBello* para este problema sería el siguiente integral de Laplace-Gauss-Kant:

$$P(50 \leq LoBello \leq 59) = \int_{50}^{59} \frac{1}{7,2 \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(LoBello-52)^2}{(2 \cdot 7,2)}} \cdot dLoBello$$

Ecuación [7]: Probabilidad en forma de integral de *LoBello*. Elaboración propia.

A continuación calculamos la distribución Normal tipificada de *LoBello*. Lo cual es un poco más complejo de resolver analíticamente, esto se hace por el método de tabla. Necesitamos hacer dos veces la Tabla de puntaje de *LoBello* (ϕ), del siguiente modo:

$$\frac{LoBello - \bar{X}}{\sigma}$$

Ecuación [8]: $\Phi(w)$ de *LoBello*. Transformación del estadístico z para la tabla Normal tipificada. Elaboración propia.

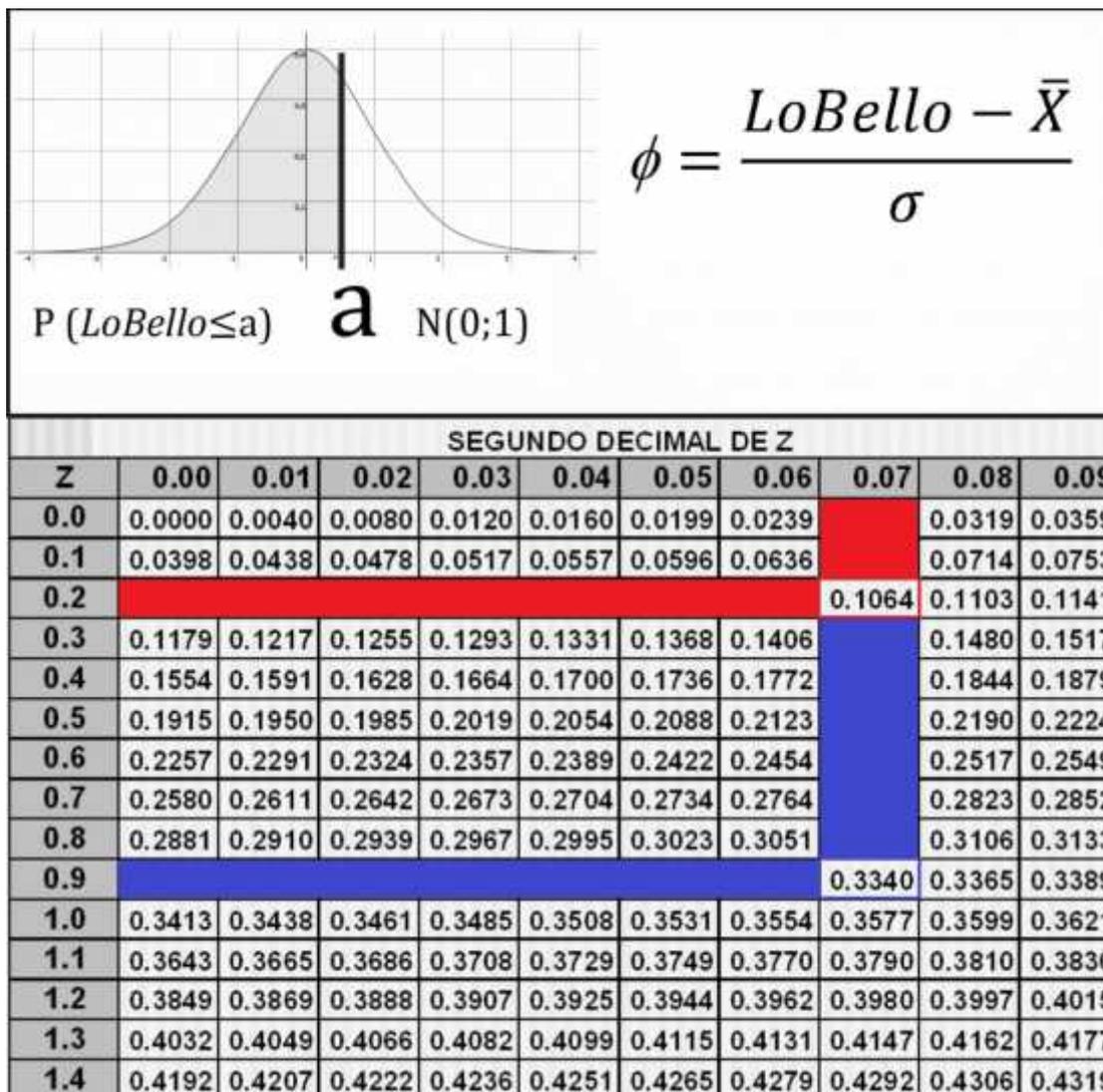


Imagen [3]: Tabla de distribución Normal $N(0;1)$ estándar para el cálculo de $\Phi(z)$ de $LoBello$, test estadístico para una muestra.

A partir de la ecuación [8] y utilizando los valores de la tabla [3], se realizan los siguientes cálculos que nos arrojan 44,68%. Esa es la respuesta para la pregunta anteriormente formulada: ¿qué porcentaje de casos (individuos o personas) puedo encontrar con puntuaciones del gusto entre 50 ($LoBello_1 = 50$) y 59 ($LoBello_2 = 59$)? Respuesta: 44,68%.

A partir de los siguientes cálculos:

$$z_1 = (50 - 52) / 7,2 \quad z_2 = (59 - 52) / 7,2$$

$$z_1 = -0,277 \quad z_2 = 0,972$$

$$z_1 = 0,1064 \quad z_2 = 0,3340$$

$$z_1 = 10,64\% \quad z_2 = 33,40\%$$

$$z_1 + z_2 = 10,64\% + 33,40\% = 44,68\%$$

Un método más rápido y que no requiere cálculos por tablas, es por computadora utilizando software (InfoStat), veamos:

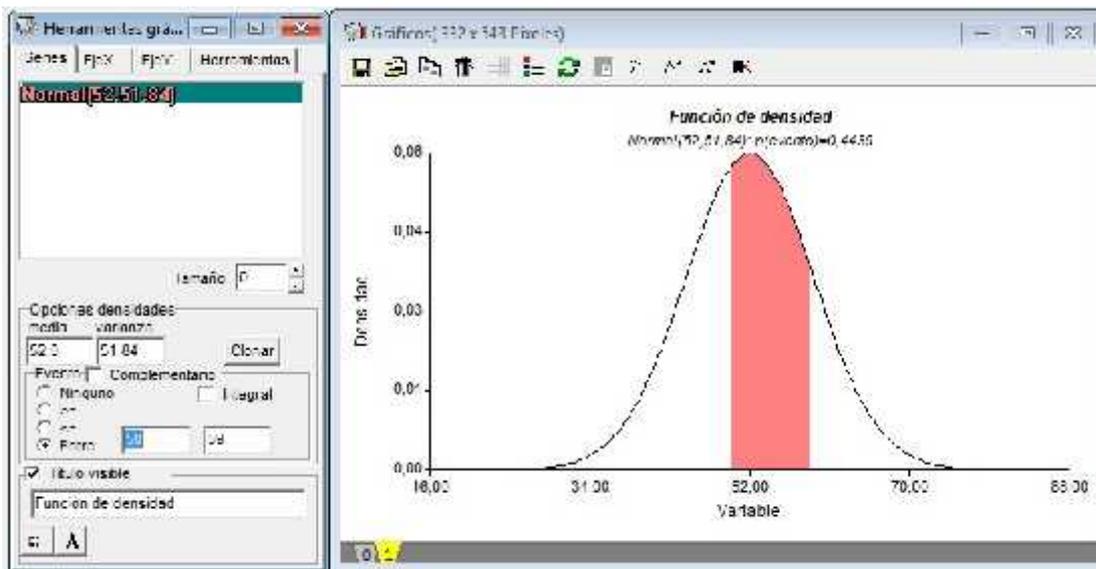


Imagen [4]: Gráfica por computadora de función de densidad de la variable de *LoBello* calculada a partir de la media 6,02 ($\mu=6,02$) y una desviación standar 5,9 ($\sigma=5,9$) equivalente a una varianza=34,81.

Arroja la *Probabilidad del evento* $P(\text{evento})=0,4439=44,39\%$ (el mismo valor anteriormente calculado por el método analítico por Tabla). Evidentemente este método es más rápido y nos evita la utilización de complejas tablas y cálculos.

6. Conclusiones

Observamos que la hipótesis sobre el gusto puede ser sometida al método inductivo (neopositivista) desarrollado por el Círculo de Viena –Rudolf Carnap (1891-1970)-, cuyo criterio de verdad es la probabilidad y cuyo criterio de demarcación de la ciencia es la verificación de hipótesis. En clara defensa del positivismo lógico. Lo cual amplía la crítica desde la filosofía de la estética y las teorías del arte y semiología al campo de las matemáticas, de la teoría de la estadística y probabilidad.

Esta fundamentación epistemológica, sobre la Belleza, es innovadora en Ciencias Sociales aplicadas a la estética implicada en el proyecto de diseño industrial.

¿Estamos en condiciones de afirmar el Teorema de lo Bello y generalizar la abstracción de la ecuación para ser aplicada a distintas situaciones problemáticas?

Uno de los resultados más importantes de la teoría estadístico-probabilística, describe que las medias muestrales se distribuyen de forma aproximadamente Normal, cualquiera sea la forma de la distribución de los datos individuales.

A modo de planteo final, queda abierto este debate para quienes logren fundamentar (o refutar) en mayor profundidad la fundamentación lógica de este trabajo. Recordando que el mismo expresa un esfuerzo por vincular la matemática (Ciencia Exacta) con la teoría del arte, la estética y el diseño industrial o gráfico (Ciencia Social).

No pretende ser una verdad cerrada, sino una pregunta abierta para hacer progresar la Ciencia Social del arte y el diseño.

Como conclusión central (tesis) se afirma que: *la media muestral de Phi (w) de LoBello tendrá una distribución aproximadamente Normal siempre que la muestra (n) de sujetos sea lo suficientemente grande ($n > 30$).*

7. Bibliografía y webgrafía

Anderson, IF (2016). Integral de lo-bello. Introducción al cálculo del flujo la belleza. *En VIII Jornadas de Investigación en Disciplinas Artísticas y Projectuales (JIDAP), FBA-*

UNLP. Recuperado de:
http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/57343/Documento_completo.pdf-PDFA.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Anderson, IF (2016). *Chi-cuadrado de lo-bello* (parte II). En *VIII Jornadas de Investigación en Disciplinas Artísticas y proyectuales (JIDAP)*, FBA-UNLP. Recuperado de: http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/57344/Documento_completo.pdf-PDFA.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Alvarado y Batanero (2008). Significado del teorema central del Límite en textos universitarios de probabilidad y estadística. En *Estudios Pedagógicos XXXIV*, N° 2. 7-28. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/49943904_SIGNIFICADO_DEL_TEOREMA_CENTRAL_DEL_LIMITE_EN_TEXTOS_UNIVERSITARIOS_DE_PROBABILIDAD_Y_ESTADISTICA

Gómez Villegas, M.A. (2005) *Inferencia Estadística*, Madrid: Díaz de Santos.
