6 y 7 de Octubre de 2016 | ISBN 978-950-34-1376-0

CHI-CUADRADO DE LO-BELLO (PARTE II). CÁLCULO PROBABILÍSTICO POR EL MÉTODO DE CORRECCIÓN DE ANDERSON, SOBRE LA VARIABLE ALEATORIA *APTUM* (LA BELLEZA ADHERENTE KANTIANA) A LA PRUEBA χ^2 DE PEARSON

Ibar Federico Anderson
Universidad Nacional de La Plata. Facultad de Bellas Artes

Resumen:

Si adoptamos que la variable científica a medir es lo-bello-adherente-kantiano [aptum, según U. Eco] o lo-bello, para decirlo rápido y de un modo reduccionista. Aquí aplicamos la prueba de Chi-cuadrado (o prueba χ^2 Pearson), una distribución de probabilidad continua con un parámetro (k) que representa los grados de libertad (gl) de la variable aleatoria discreta: aptum. A esta técnica se ha decidido llamarla aptum-Chi-cuadrado, o aptum-χ^2 de Pearson-Anderson; dado que el método de la prueba χ^2 de Pearson introduce como variante una corrección sobre la variable aleatoria discreta a ser medida (donde es reemplazada por el aptum o belleza adherente kantiana). Para lo cual partimos de la integral de la distribución de probabilidad original $P(\chi^2_k)$, hasta llegar a función de densidad de probabilidad (FDP o PDF en inglés).

Palabras clave: Cálculo – Belleza – Matemática - Probabilidad - Estadística

Introducción, primero fue una introducción al cálculo del flujo de la belleza

En el artículo *Integral de lo-bello(Parte I). Introducción al cálculo del flujo de la belleza* (presentado para el JIDAP 2016). Luego de una introducción histórica al cálculo de lo bello, a partir de los orígenes filosóficos del concepto de belleza (y sus derivaciones) en pensadores como Platón (427-347 a.C.) y Sócrates (470-399 a.C.); en donde se debatía con otros intelectuales como Kant (1724-1804) y Baumgarten (1714-1762) entre los más relevantes. Se ha llevó el análisis a un nuevo nivel para terminar introduciendo conceptos semiológicos contemporáneos, con autores como: Jean Baudrillard (1929-2007), Umberto Eco (1932-) y Jordi Llovet (1947-). La originalidad de aquel trabajo radicó en la formulación hipotética de fórmulas obtenidas por abducción -y analogías matemáticas- unificando autores como Peirce y Samaja; que permitieron arribar a dos ecuaciones. En especial nos concentramos en la denominada *integral de lo-bello* (área encerrada por la función *aptum-gaussiana*), a partir de la cual se pudo estudiar a la medida del contenido de belleza adjudicado –por una muestra del universo de individuos- a un objeto material.

En aquel trabajo nos concentramos en la denominada *integral de lo-bello* (área encerrada por la función *aptum-gaussiana*), a partir de la cual se pudo estudiar la medida del contenido de belleza (subjetividad humana) adjudicada –por una muestra del universo de individuos- a un objeto material. Dicho artículo se proponía la media como suma de Riemann del *aptum*; a partir del cual se calculaba el tercer momento en torno a la media y la desviación típica cúbica (o desviación estándar cúbica); para arribar luego a la asimetría (gamma). Estimábamos que si la medida de asimetría del *objetoA* (gamma mayor que cero) que la medida de asimetría del *objetoB* (gamma menor que cero) podíamos afirmar que el contenido de belleza adjudicado al *objetoA* era superior al contenido en el *objetoB* (pero el estudios de campo, sin embargo no se realizó nunca). Nunca salimos de la formulación hipotética hacia la comprobación –experimental- de la hipótesis central de trabajo.

Secretaría de Ciencia y Técnica SECyT | facultad de bellas artes | UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Segundo, razones por las cuales se buscó ajustar la técnica experimental:
Lo que aquí se busca es ajustar la técnica –experimental- para la comprobación (test) de las hipótesis orientadas a la medición del *aptum* (belleza adherente kantiana), a partir de la técnica desarrollada por el matemático Karl Pearson (1857-1936); técnica estadística-probabilística conocida como test χ^2 Pearson. También conocido como prueba Chi-cuadrado.

Ahora bien, como ya lo explicamos, si adoptamos que la variable científica a medir (según lo establece cualquier autor de metodología de la investigación científica) es lo-bello-adherente kantiano [*aptum*] o lo que rápidamente podemos definir como: *lo-bello.* Insistiendo que sin variable científica a medir, luego de las más serias enseñanzas de la epistemología no hay ciencia seria (todo lo contrario pseudo-ciencia esotérica: especulación metafísica). Tal cual lo aprendí con mi Profesor de Epistemología –Dr. Ricardo Gómez- , quien efectuó las correcciones epistemológicas al libro de metodología del Dr. Juan Samaja.

En aquel primer artículo: *Integral de lo-bello (Parte I), introducción al cálculo del flujo de la belleza*, se proponía la Media ($\bar{X}$) como suma de Riemann del aptum; a partir del cual se calculaba el tercer momento en torno a la media y la desviación típica cúbica (o desviación estándar cúbica); para arribar luego a la asimetría (gamma). Estimábamos que si la medida de asimetría del *objetoA* (gamma mayor que cero) que la medida de asimetría del *objetoB* (gamma menor que cero) podíamos afirmar que el contenido de belleza adjudicado al *objetoA* era superior al contenido en el *objetoB* (los estudios de campo, sin embargo no se habían realizado). Pero un desarrollo posterior permitió concluir que es mejor aplicar la prueba de Chi-cuadrado (o prueba χ^2 de Pearson); una distribución de probabilidad continua con un parámetro k que representa los grados de libertad de la variable científica: *aptum.*

La prueba χ^2 de Pearson se considera una prueba no paramétrica que mide la discrepancia entre una distribución observada y otra teórica (bondad de ajuste), indicando en qué medida las diferencias existentes entre ambas, de haberlas, se deben al azar en el contraste de hipótesis. También se utiliza para probar la independencia de dos variables entre sí, mediante la presentación de los datos en tablas de contingencia.

Hipótesis General (integral de la distribución de probabilidad):
La distribución de probabilidad original, viene dada por la integral (que ha sido adaptada o modificada), como *aptum-χ^2:*

6 y 7 de Octubre de 2016 | ISBN 978-950-34-1376-0

$$P(\chi_k^2) = \int_0^{aptum} \chi_k^2 . \boldsymbol{d}aptum$$

$$P(\chi_k^2) = \int \frac{aptum^{k/2-1} . e^{-\,aptum/2}}{2^{k/2} . \Gamma . (k/2)} . \boldsymbol{d}aptum$$

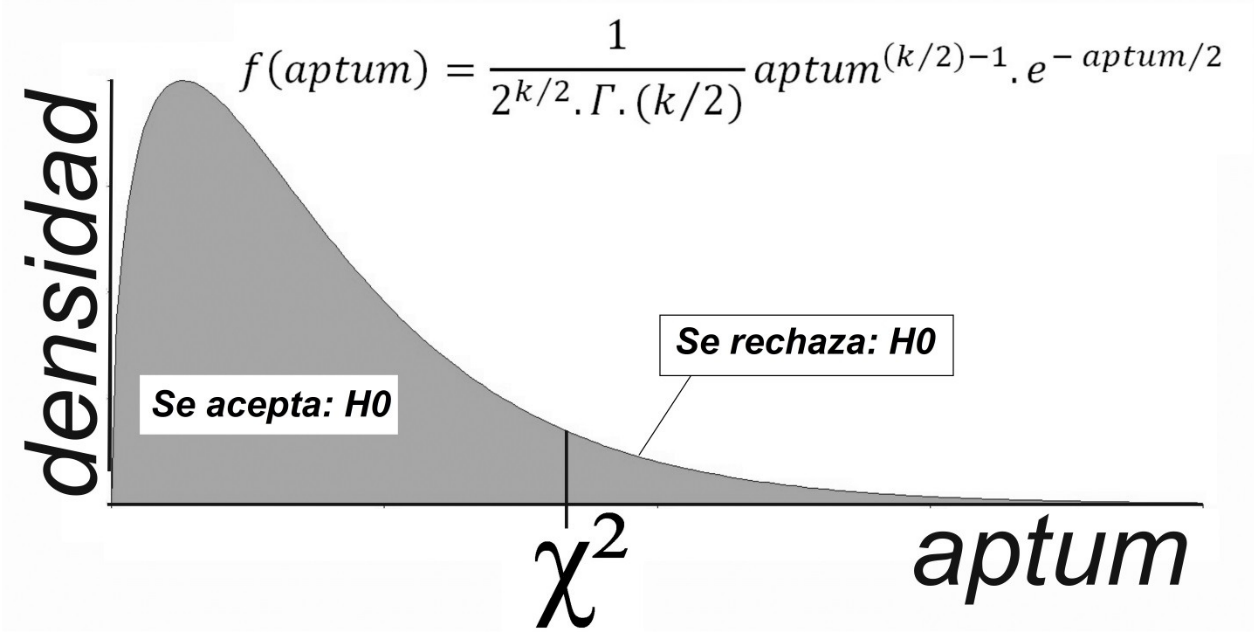
Esta integral no tiene una solución conocida (debido quizás a la extrema complejidad donde Γ es la función gamma), y solo se conocen métodos numéricos para calcular sus valores, hay distintos tipos de tablas y algoritmos para ordenador con los que se pueden calcular sus soluciones.

Decíamos que la complejidad introducida en el denominador del integrando de la función de densidad Chi-cuadrado (χ^2) transformado como *aptum-*χ^2, con el factor de la función gamma es lo que retorna –extremadamente compleja, por no decir incalculable- la integral. Podríamos decir que, en palabras de Kant, esta integral (con la inclusión de la función gamma, en el denominador del integrando) nos retorna a la vez de incalculable, sublime; dice Umberto Eco en Historia de la Belleza (2004) que *"Kant distingue dos clases de sublime, el matemático y el dinámico"* (Eco, 2004: 294).

En lo personal, en la fórmula de la integral, antes citada, no calculada en principio por el método tradicional de las integrales de Leibniz, pero si obtenible por métodos de Tablas y el uso de ordenadores (computadoras), la función *aptum-*χ^2 (con inclusión de la función gamma) entra en la experiencia de lo sublime (muy distinto a lo bello). Ejemplo típico de ello es la visión que Umberto Eco nos brinda sobre el cielo estrellado; si para U. Eco ello conforma un ejemplo de lo sublime, también lo conforma para mí la función antes citada porque no está calculada por los métodos tradicionales del cálculo; por su extremada complejidad (desglosada la función gamma). Recordando que si existen las Tablas (que utilizaremos a continuación) y los métodos de gráficos por ordenador.

Una aplicación que extiende el concepto de factorial a los números complejos. La notación fue propuesta por Adrien-Marie Legendre. Si la parte real del número complejo (*Z*) es positiva. La función gamma aparece en varias funciones de distribución de probabilidad, por lo que es bastante usada tanto en probabilidad y estadística como en combinatoria.

Hipótesis operativa (de trabajo, para la investigación de campo): FDP
La función de densidad de probabilidad (FDP o PDF en inglés) es no negativa a lo largo de todo su dominio para:



1. Operacionalización sobre con la función *aptum* y la utilización de Tablas de Distribución χ^2:

En un dominio (0; +∞), la corrección de la función de grado de la gráfica de la función, como puede observarse la abscisa se corresponde a la variable *aptum* [la belleza adherente kantiana], en tanto la ordenada representa la *densidad* de la función.

Ahora bien, supongamos tener el diseño de tres tapas de revistas de Diseño en Comunicación Visual a la cual denominaremos *TapaRevista1*, *TapaRevista2* y *TapaRevista3* y se preguntan si serán (o no) estéticamente aceptadas por igual entre el público. ¿Les resultan igualmente atractivas al público? (¿su belleza adherente kantiana? ¿su aptum?) ¿Cómo medimos científicamente el grado de aceptación? ¿Basta una encuesta con un simple gráfico de tortas y/o barras? ¿Basta, es suficiente esa creencia popular?

Intentaremos ilustrarlo con un ejemplo, veamos:

Para comprobar la hipótesis de idéntica (o no) preferencia –sobre el diseño de cada una de las tres (3) tapas de revistas-; se realiza una encuesta sobre una muestra de 177 personas (individuos o sujetos) del Universo poblacional. Se observa que: 65 personas prefieren la *TapaRevista1*, 60 personas prefieren la *TapaRevista2* y 52 personas prefieren la *TapaRevista3.*

¿Constituyen estos resultados una razón suficiente para rechazar la **Hipótesis Nula (H0)** de que el mismo número de personas (individuos o sujetos) de la población prefieren cada uno de los tres (3) diseños de tapas de revistas por igual? Es decir, con la Hipótesis Nula (H0): ¿Le da igual a las personas el diseño de las tres tapas? Dado que da la sensación, por la encuesta realizada, que gusta menos el diseño de *TapaRevista3* y gusta más el diseño de *TapaRevista1*; pero hasta donde: ¿esto es cierto/verdadero? Dicho en otros términos: ¿Es verdad que gusta más el diseño de la *TapaRevista1* que el resto de los diseños de tapas de revistas?

Dado que, ¿es probable que estos resultados sean debidos a un error muestral, mientras las preferencias reales de la población son idénticas (por los tres diseños de tapas de revistas)? En cuyo caso deberá ser aceptada la **Hipótesis Alternativa (H1).**

Se desea probar la **Hipotesis Nula (H0):** el mismo número de personas (individuos o sujetos) de la población prefieren cada uno de los tres (3) diseños de tapas de revistas por igual.

En contraste con la negación de la Hipótesis Nula (H0), la **Hipótesis Alternativa (H1):** el mismo número de personas de la población no-prefieren cada uno de los tres (3) diseños de tapas de revistas por igual.

El estadígrafo de contraste para la prueba χ^2 de Pearson, para medir lo que hemos denominado como adaptación a la medición del *aptum-χ^2 Pearson-Anderson.* Para decirlo de un modo fácil: el cálculo del Chi-cuadrado de *lo-bello*:

$$aptum - \chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(fo_{ij} - fe_{ij)}^2}{fe_{ij}}$$

$$fo_{ij} = frecuencias\ observadas\ para\ la\ ij - ésima\ casilla$$

$$fe_{ij} = frecuencias\ esperadas\ para\ la\ ij - ésima\ casilla$$

i = número de filas
j = número de columnas

Si las *frecuencias observadas* no difieren significativamente de las *frecuencias esperadas* calculadas con el modelo propuesto, entonces el valor del estadístico de prueba *aptum-χ^2* cera cercano a cero, pero si estas diferencias son significativas, entonces el valor del estadístico *aptum-χ^2* estará en la región de rechazo de la **Hipótesis Nula (H0).**

Cuanto mayor sea el valor de *aptum-χ^2*, menos verosímil es que la hipótesis sea correcta. De la misma forma, cuanto más se aproxima a cero el valor de Chi-cuadrado, más ajustadas están ambas distribuciones.

Para lo cual construimos un cuadro con las tres alternativas y tabulamos las frecuencias observadas. Dado que la Hipótesis Nula (H0) establece que las tres (3) diseños de revistas son preferidos por igual, de modo que, si (H0) es verdad, deberá esperarse que la muestra de 177 individuos (personas o sujetos) resulte dividida en partes iguales entre las tres categorías. Así, las frecuencias esperadas según la (H0) son 177/3 (ó 59, 59 y 59). Téngase en cuenta que la suma de las frecuencias esperadas debe ser igual a de las frecuencis observadas.

Secretaría de Ciencia y Técnica SECyT | facultad de bellas artes | UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Título	fo_{ij}	fe_{ij}	$fo_{ij} - fe_{ij}$	$(fo_{ij} - fe_{ij})^2$	$\frac{(fo_{ij} - fe_{ij})^2}{fe_{ij}}$
TapaRevista1	65	59	6	36	0,610
TapaRevista2	60	59	1	1	0,017
TapaRevista3	52	59	-7	49	0,831
				aptum-χ^2	**1,458**

De ver el cuadro calculado, nace la pregunta: ¿es probable o improbable que ocurran las frecuencias observadas, 65, 60 y 52, siendo exactamente iguales las frecuencias poblacionales? En otras palabras: ¿son las frecuencias observadas (65, 60 y 52) significativamente diferentes de las esperadas (59, 59 y 59)?

Finalmente, siguiendo el cálculo de la tabla, *aptum*-χ^2-experimental, arroja: **1,458.**

Para comprobar la significación de *aptum*-χ^2 a un determinado nivel de significación, el valor obtenido se compara con el de la Tabla para los grados de libertad apropiados. Obsérvese que en esta Tabla existe un valor diferente de χ^2 Person para cada grado de libertad (*gl*).

Los grados de libertad (*gl*) de la variable aleatoria discreta –en este caso *aptum*- es una expresión introducida por el matemático y estadista Ronald Fisher (1890-1962), Dice que un conjunto de observaciones, los grados de libertad están dados por el número de valores que pueden ser asignados de forma arbitraria, antes de que el resto de las variables tomen un valor automáticamente, producto de establecerse las que son libres, esto, con el fin de compensar e igualar un resultado el cual se ha conocido previamente. Vienen dados por la siguiente fórmula de público conocimiento:

gl= (k-1)
k=número de filas

Así, en el presente problema, gl=3-1=2. Por ello, para que χ^2 sea significativa al nivel 0,05, el valor obtenido debe ser no inferior a **5,99** (tal como se obtiene de la Tabla χ^2 de probabilidad de Chi-cuadrado) para dos (2) grados de libertad y 0,05 (nivel significativo).

DISTRIBUCION DE χ^2

Grados de libertad	Probabilidad										
	0,95	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,01	0,001
1	0,004	0,02	0,06	0,15	0,46	1,07	1,64	2,71		6,64	10,83
2									5,99	9,21	13,82
3	0,35	0,58	1,01	1,42	2,37	3,66	4,64	6,25	7,82	11,34	16,27
4	0,71	1,06	1,65	2,20	3,36	4,88	5,99	7,78	9,49	13,28	18,47
5	1,14	1,61	2,34	3,00	4,35	6,06	7,29	9,24	11,07	15,09	20,52
6	1,63	2,20	3,07	3,83	5,35	7,23	8,56	10,64	12,59	16,81	22,46
7	2,17	2,83	3,82	4,67	6,35	8,38	9,80	12,02	14,07	18,48	24,32
8	2,73	3,49	4,59	5.53	7,34	9,52	11,03	13,36	15,51	20,09	26,12
9	3,32	4,17	5,38	6,39	8,34	10,66	12,24	14,68	16,92	21,67	27,88
10	3,94	4,86	6,18	7,27	9,34	11,78	13,44	15,99	18,31	23,21	29,59
	No significativo								Significativo		

El criterio de decisión de la Hipótesis es:

a) No se rechaza la Hipótesis Nula (H0) cuando *aptum-χ^2-experimental* < *χcrítico*. Si la Hipótesis Nula (H0) es cierta, χ^2 sigue una distribución Chi-cuadrado con (i-1)(j-1) grados de libertad. Es decir si: ***aptum-χ^2-experimental*** **< 5,99, se acepta la Hipótesis Nula (H0).**

b) Si se rechaza la Hipótesis Nula (H0) cuando *aptum-χ^2-experimental* > *χcrítico.* Al ser rechazada la Hipótesis Nula (H0), se está aceptando la Hipótesis Alternativa (H1). Es decir si: ***aptum-χ^2-experimental*** **> 5,99, se rechaza Hipótesis Nula (H0) y se acepta Hipótesis Alternativa (H1).**

Conclusiones:
Como ***aptum-χ^2-experimental*** **= 1,458 < 5,99** (según Tabla de Chi-cuadrado) **se acepta la Hipótesis Nula (H0)**, que afirmaba: el mismo número de personas (individuos o sujetos) de la población prefieren cada uno de los tres (3) diseños de tapas de revistas por igual.

Hechando por el suelo la ingenua suposición, en principio reduccionista o simplista (con la cual todo diseñador aparentemente se puede guiar, de un modo falaz), que implicaba a simple vista que el Diseño en Comunicación Visual de la *TapaRevista1*, por poseer una elección de 65 individuos era –aparentemente- preferible o de mejor “diseño” que el resto de las tapas de revistas diseñadas.

Observamos que la hipótesis sobre el gusto puede ser sometida al método inductivo (neopositivista) desarrollado por el Círculo de Viena –Rudolf Carnap (1891-1970)-, cuyo criterio de verdad es la probabilidad y cuyo criterio de demarcación de la ciencia es la verificación de hipótesis. En clara defensa del positivismo lógico, este paper lo ha demostrado.

Esta fundamentación epistemológica, sobre la Belleza, es revolucionaria en Ciencias Sociales aplicadas al Arte y el Diseño. El ejemplo ilustrativo en Diseño en Comunicación Visual (DCV) aquí desarrollado puede ser extendido al Diseño Industrial.

Bajo este criterio, pongo es duda un manto de sospechas sobre la metafísica (Filosofía) como única herramienta de la crítica del Arte. A mi entender esto es hacer ciencia del Arte y de la nueva Estética del Siglo XXI.

Referencias bibliográficas:

Asúa, M. (2006). *La investigación en ciencias experimentales. Una aproximación práctica.* Buenos Aires: Ed. Eudeba.

Díaz, E. (1997). *Metodología de las ciencias sociales.* Buenos Aires: Editorial Biblos.

Marchán Fiz, S. (1987). *La estética en la cultura moderna.* Madrid: Alianza Editorial, S.A.

Sabino, J. C. (1992). *El proceso de investigación.* Ed. Lumen Humanitas. Buenos Aires.

Samaja, J. (1996). *Epistemología y metodología.* Buenos Aires: Editorial EUDEBA.

Sampieri, R. (1998). *Metodología de la investigación.* México: Editorial Mc Graw Hill Interamericana.

2. Referencias electrónicas:

Eco, U. (1987). *Arte y belleza en la estética medieval.* Barcelona: Editorial Lumen. Disponible en < http://guao.org/sites/default/files/biblioteca/Arte%20y%20belleza%20en%20la%20est%C3%A9tica%20medieval.pdf >

Kant, I. (1790). *Crítica del juicio.* Disponible en < http://www.biblioteca.org.ar/libros/89687.pdf >

Leithold, L. (1994). *El cálculo.* México: Oxford University Press – Harla México, SA. de CV. Disponible en < http://dme.ufro.cl/clinicamatematica/images/Libros/Calculo/Leithold%20-%20El%20Calculo%20-%20espa%C3%B1ol%20-%207a.Ed..pdf >

Llovet, J. (1979). *Ideología y metodología del diseño.* Barcelona: Editorial Gustavo Gili SA. Disponible en < https://es.scribd.com/doc/205019393/Ideologia-y-metodologia-del-diseno-Jordi-Llovet >

Platón (1871). *Hipias Mayor ó de Lo Bello.* Madrid: Ediciones de Patricio de Azcárate. Tomo II. Disponible en < http://www.filosofia.org/cla/pla/img/azf02095.pdf >